

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 140**

**Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

1. На первую часть пути автобус потратил $\frac{3}{5}$ имеющегося бензина, а на вторую часть пути – $\frac{6}{7}$ остатка. Сколько литров бензина было изначально, если в конце пути его осталось 20 л?

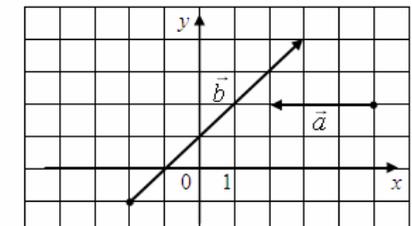
Ответ: _____.

2. В таблице показаны результаты ЕГЭ по математике (Профильный уровень) за 2015 год в 11А классе одной из школ города Новоознска. Определите средний балл за ЕГЭ в 11А классе. Ответ округлите до целых.

Тестовый балл	0	7	13	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	70	72	73	75	77	79	80	82	84	86	88	89	91	93	95	96	98	100	
Количество учеников	-	-	-	-	-	1	1	-	2	2	4	1	1	2	1	-	1	-	1	1	-	-	1	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Ответ: _____.

3. Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .



Ответ: _____.

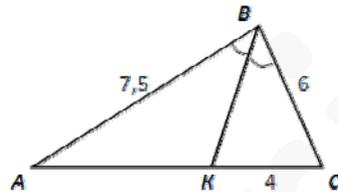
4. В классе учатся 16 человек: 6 мальчиков и 10 девочек. Перед началом уроков классный руководитель случайным образом выбирает двух учащихся класса для дежурства в столовой. Какова вероятность, что дежурить в столовую отправятся мальчик с девочкой?

Ответ: _____.

5. Найдите корень уравнения $(3x + 19)^3 = 64$.

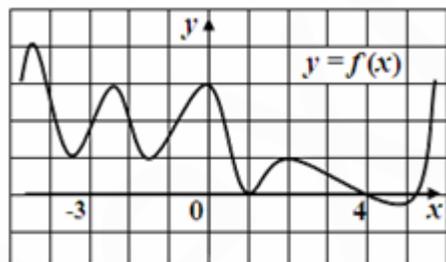
Ответ: _____.

6. В треугольнике ABC проведена биссектриса BK . Определите длину отрезка AK , если известно, что $AB=7,5$, $BC=6$, $CK=4$.



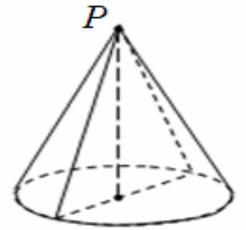
Ответ: _____.

7. По графику функции $y = f(x)$ определите количество точек на интервале $(-3; 4)$, в которых касательная к графику параллельна прямой $y = 0,3x - 4$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8. Радиус основания конуса равен 5, а косинус угла при вершине P осевого сечения равен $\frac{12}{37}$. Найдите площадь осевого сечения конуса.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\log_4 \frac{(\log_4 32)}{25}$.

Ответ: _____.

10. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m=8$ кг и радиуса $R=5$ см, и двух боковых с массами $M=2$ кг и с радиусами $R+h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $кг \cdot см^2$, задаётся формулой

$$I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2).$$

При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $1900 кг \cdot см^2$? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

11. На изготовление 112 деталей первый токарь затрачивает на 2 часа меньше, чем второй токарь на изготовление 150 таких же деталей. Известно, что первый токарь за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй токарь?

Ответ: _____.

12. Найдите точку минимума функции $f(x) = (x^2 + x)^2 - 3x^2$. Если точек минимума несколько, то в ответе запишите их сумму.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. Дано уравнение $\sin x(4 \sin x - 1) = 2 + \sqrt{3} \cos x$.

А) Решите уравнение.

Б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде $PABCD$ высота PO в полтора раза больше, чем сторона основания.

А) Докажите, что через точку O можно провести такой отрезок KM с концами на сторонах AD и BC соответственно, что сечение PKM пирамиды будет равновелико основанию пирамиды.

Б) Найдите отношение площади полной поверхности пирамиды $PABMK$ к площади полной поверхности пирамиды $PABCD$.

15. Решите неравенство $\frac{4^{x^2-2x} - 16 \cdot 2^{(x-1)^2} + 35}{1 - 2^{(x-1)^2}} \leq 4^x \cdot 2^{(x-2)^2}$.

16. Из точки M , взятой на окружности с центром в точке O , на диаметры AB и CD опущены перпендикуляры MK и MP соответственно.

А) Докажите, что существует точка, одинаково удалённая от точек M, O, P, K .

Б) Найдите площадь треугольника MKP , если известно, что $\angle MKP = 30^\circ$, $\angle AOC = 15^\circ$, а радиус окружности равен 4.

17. Леонид является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые приборы, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $4t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят t приборов; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^3 часов в неделю, они производят t приборов.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Леонид платит рабочему 1 тысячу рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 20 приборов. Какую наименьшую сумму придется тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

18. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - y)(x^2 + y) = 8x^2(x - 2), \\ x = \frac{y - 4}{a} + 10 \end{cases} \text{ имеет ровно три решения.}$$

19. А) Между цифрами от 1 до 9 расставьте знаки арифметических действий и скобки (если нужно) так, чтобы получилось верное равенство:

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 100$$

Б) Расставьте в каждую клетку по одной цифре так, чтобы выполнялись следующие равенства:

		:		=		-		=		+		=		.	
--	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

В) Можно ли из цифр от 1 до 9 составить такое девятизначное число, что число из двух его первых цифр делится на 2, из трёх первых цифр – делится на 3 и так далее, а само число делится на 9?